



## Datos básicos de la asignatura

<b>Titulación:</b>	Grado en Matemáticas
<b>Año plan de estudio:</b>	2009
<b>Curso implantación:</b>	2009-10
<b>Centro responsable:</b>	Facultad de Matemáticas
<b>Nombre asignatura:</b>	Geometría Local de Curvas y Superficies
<b>Código asignatura:</b>	1710022
<b>Tipología:</b>	OBLIGATORIA
<b>Curso:</b>	3
<b>Periodo impartición:</b>	Primer cuatrimestre
<b>Créditos ECTS:</b>	6
<b>Horas totales:</b>	150
<b>Área/s:</b>	Geometría y Topología
<b>Departamento/s:</b>	Geometría y Topología

## Coordinador de la asignatura

VILLAR LIÑAN, MARIA TRINIDAD

## Profesorado (puede sufrir modificaciones a lo largo del curso por necesidades organizativas del Departamento)

**Profesorado del grupo de actividad principal**

VILLAR LIÑAN, MARIA TRINIDAD

## Objetivos y resultados del aprendizaje

OBJETIVOS:

El objetivo fundamental de la asignatura de Geometría Local de Curvas y Superficies es proporcionar al estudiante una formación inicial en Geometría Diferencial como disciplina científica, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional, con capacidad para aplicar las destrezas adquiridas en distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación, como sus aplicaciones. De manera específica se pretende:

- Conocer la naturaleza, métodos y fines de la Geometría Diferencial junto con cierta perspectiva histórica de su desarrollo. En particular, se pretende utilizar el análisis teórico



para la modelización de problemas geométricos y comprender las nociones fundamentales de la curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo.

- Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de las curvas y superficies.
- Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.
- Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos geométricos.

RESULTADOS DEL PROCESO DE FORMACIÓN Y APRENDIZAJE QUE APARECEN EN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO UNIVERSITARIO OFICIAL DEL GRADO EN MATEMÁTICAS POR LA UNIVERSIDAD DE SEVILLA, V02, APROBADA POR CONSEJO DE GOBIERNO EL 23/03/2022

C02: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

HD01: Aplicar los conocimientos básicos y matemáticos de cada módulo a su trabajo y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y ámbitos en que se aplican directamente.

HD02: Reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas de índole científica (principalmente).

HD03: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Ser capaz de enunciar proposiciones, construir demostraciones y transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

HD04: Ser capaz de asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y de utilizar este objeto en diferentes contextos.



HD05: Saber abstraer las propiedades estructurales de objetos matemáticos, distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

HD06: Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y las restricciones de tiempo y recursos.

HD07: Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

HD08: Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico o simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

HD10: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

HD12: Transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público especializado como no especializado.

COM02: Emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

## Contenidos o bloques temáticos

---

- Curvas en el plano y en el espacio.
- Superficies parametrizadas y superficies regulares en el espacio.
- Geometría Intrínseca y extrínseca.
- Curvatura de Gauss y curvatura media.



## Relación detallada y ordenación temporal de los contenidos

1. Curva parametrizada regular en el espacio Euclídeo n-dimensional. Caso del espacio. Parámetro arco. Triedro de Frenet. Curvatura y torsión de una curva espacial. Ecuaciones de Frenet. Teorema Fundamental de la Teoría de Curvas (14 horas).
2. Superficies regulares. Parametrizaciones locales. Ejemplos: grafos, superficies de revolución, superficies regladas. Vector normal y plano tangente. Curvas en la superficie. Superficies de nivel. Orientación (14 horas).
3. La primera forma fundamental. Longitudes, ángulos y áreas. Geometría intrínseca. Curvatura geodésica. Curvas geodésicas. Derivada Covariante y Paralelismo (16 horas).
4. La aplicación de Gauss. El endomorfismo de Weingarten. La segunda forma fundamental. Curvatura normal de una curva. Curvaturas y direcciones principales. Curvaturas media y de Gauss. Líneas asintóticas (12 horas).

Pruebas de evaluación previa (4 horas).

## Actividades formativas y horas lectivas

Actividad	Horas
B Clases Teórico/ Prácticas	60

## Idioma de impartición del grupo

ESPAÑOL

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación

Del volumen de trabajo total del alumno en una asignatura, una gran parte corresponde al trabajo individual o en grupo que el alumno ha de realizar sin la presencia del profesor. En estas horas de trabajo se incluye la preparación de las clases, el estudio, ampliación y síntesis de información recibida, la resolución de ejercicios, la elaboración y redacción de trabajos, la escritura, verificación y comprobación de programas informáticos, la preparación y ensayo de exposiciones, la preparación de exámenes.

El rendimiento del alumno en la materia cursada depende, entre otros, de la combinación de dos factores: el esfuerzo realizado y la capacidad del propio alumno. La forma en que lo



evaluamos condiciona el método de aprendizaje e influye en el aprendizaje mismo.

El proceso de aprendizaje puede contribuir de forma decisiva a estimular al alumno a seguir el proceso y a involucrarse más en su propia formación. En este sentido, se puede contemplar un criterio general de evaluación para todas las asignaturas que cuente con dos instrumentos: la evaluación continua y el examen y/o prueba final. En cualquier caso, se ha de respetar lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla al respecto: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".

La evaluación debe servir para verificar que el alumno ha asimilado los conocimientos básicos que se le han transmitido y adquirido las competencias generales del título. En este sentido, en la Licenciatura de Matemáticas, el examen escrito es una herramienta eficaz. Pero la evaluación también debe ser el instrumento de comprobación de que el estudiante ha adquirido las competencias prácticas del título. Por ello, es recomendable que, además del examen escrito o como alternativa al mismo, se utilicen métodos de evaluación distintos

(exposiciones orales preparadas de antemano, explicaciones cortas realizadas por los alumnos en clase, manejo práctico de bibliografía, uso de ordenador, trabajo en equipo, etc.) que permitan valorar si el alumno ha adquirido las competencias previstas.

Teniendo en cuenta lo anterior, y pretendiendo que el plan de estudios sea dinámico y ágil ante la constante necesidad de adaptación al entorno y condicionantes internos y externos, se dejan los detalles específicos para su inclusión posterior en las guías académicas y los programas de las asignaturas, evitándose referencias específicas al número de exámenes o trabajos previstos, el formato de los exámenes o su duración, los porcentajes de evaluación, etc.

En consecuencia, el criterio general deja la puerta abierta para que el profesor pueda desarrollar el esquema de evaluación continua que estime adecuado a los contenidos, alas competencias y los resultados del aprendizaje previstos. Dicho esquema deberá estar explicitado

detalladamente en la programación docente y hecho público con antelación al inicio de la actividad docente. Dicho criterio general se explicita en la información de cada módulo-materia-asignatura como sigue:

La evaluación constará de procedimientos que permitan la evaluación continua y un examen final. La evaluación continua se realizará a través de pruebas escritas, trabajos personales (individuales y/o grupales), participación en las actividades presenciales u otros medios explicitados en la programación previa de la asignatura.



Los profesores fijarán en la guía docente anual el sistema de ponderación de cada una de las actividades contempladas en la misma, respetando lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla.

En resumen, el sistema de evaluación podrá basarse en las siguientes técnicas:

¿ Exámenes de carácter teórico y/o práctico.

¿ Trabajos desarrollados durante el curso.

¿Exposiciones de ejercicios, temas y trabajos.

-Pruebas escritas desarrolladas durante el curso.

## Metodología de enseñanza-aprendizaje

---

### Clases teóricas

La clase teórica y/o práctica en la pizarra, no entendida exclusivamente como lección magistral, sino procurando una fuerte implicación del alumno en el desarrollo de la misma. En muchas ocasiones es útil complementar el uso simultáneo de medios audiovisuales.

La resolución de problemas por parte del alumno, bien de forma individual o en grupo, que puede ser presentada por escrito o de forma oral ante la clase o grupo.

### Prácticas en aula

Clases prácticas en las que se proponen y resuelven aplicaciones de la teoría, problemas y ejercicios.

## Horarios del grupo del proyecto docente

---

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/horarios>

## Calendario de exámenes

---



<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/examenes>

## Tribunales específicos de evaluación y apelación

---

Presidente: ANTONIO RAFAEL QUINTERO TOSCANO

Vocal: MANUEL ENRIQUE CARDENAS ESCUDERO

Secretario: MARIA TRINIDAD VILLAR LIÑAN

Suplente 1: ALFONSO CARRIAZO RUBIO

Suplente 2: DESAMPARADOS FERNANDEZ TERNERO

Suplente 3: PABLO SEBASTIAN ALEGRE RUEDA

## Sistemas y criterios de evaluación y calificación del grupo

---

### Criterio de calificación

Se efectuará un examen por Convocatoria Oficial que consistirá en la resolución por parte del alumno de varios ejercicios teórico-prácticos, valorados en un total de 10 puntos,

siendo necesario obtener 5 puntos para aprobar la asignatura.

No obstante, en cumplimiento del E.U.S., se facilitará al alumnado la posibilidad de aprobar la asignatura antes del examen de la Primera Convocatoria Oficial, mediante la realización de dos pruebas no obligatorias en el horario de clase. La primera prueba se celebrará al finalizar la lección 2. La segunda prueba tendrá lugar en la

última semana de clase. Las pruebas no tienen carácter eliminatorio, cada una se valorará sobre 5 puntos y la calificación final previa será la suma de ambas calificaciones. Para alcanzar el aprobado por esta evaluación previa será necesario obtener al menos 5 puntos en dicha calificación final previa.

Quien, habiendo aprobado la asignatura por evaluación previa, quiera mejorar su calificación, puede optar a subirla realizando el examen de la Primera Convocatoria Oficial. La nota final será la máxima entre ambas calificaciones.

## Bibliografía recomendada

---



### Bibliografía General

Un curso de Geometría Diferencial

Autores: M.A. Hernández Cifre y J.A. Pastor

Edición: 2010

Publicación: Csic

ISBN: 978-84-00-09154-5

Geometría Diferencial de Curvas y Superficies

Autores: M.P. Do Carmo

Edición: 1976

Publicación: Alianza

ISBN: 978-8420681351

### Bibliografía Específica

Differential Geometry of Curves and Surfaces

Autores: T. Banchoff and S. Lovett

Edición: 2010

Publicación: A.K. Peters

ISBN: 978-1-56881-456-8

Elementary Differential Geometry

Autores: C. Bär

Edición: 2010

Publicación: Cambridge University Press

ISBN: 978-0-521-72149-3

Teoría de Superficies

Autores: S.P. Fínikov

Edición: 2015

Publicación: URSS

ISBN: 978-5-396-00681-2

Differential Geometry: Curves-Surfaces-Manifolds, 3rd. Ed.

Autores: W. Kühnel

Edición: 2015

Publicación: AMS

ISBN: 978-1-4704-2320-9

Geometría Diferencial

Autores: M. Lipschutz

Edición: 1971

Publicación: McGraw-Hill

ISBN:

Elements of Differential Geometry

Autores: R. S. Millman and G. D. Parker

Edición: 1977



UNIVERSIDAD  
DE SEVILLA

## PROYECTO DOCENTE

### Geometría Local de Curvas y Superficies Geometría Local de Curvas y Superficies (1)

CURSO 2025-26

Publicación: Prentice-Hall

ISBN: 0-13-264143-7

Introducción a La Geometría Diferencial I: Curvas

Autores: J.M. Rodríguez Sanjurjo y J.M. Ruiz

Edición: 2012

Publicación: Sanz y Torres

ISBN: 978-84-15550-23-5

Handbook and Atlas of Curves

Autores: E.V. Shikin

Edición: 1995

Publicación: CRC Press

ISBN: 0-8493-8963-1

#### Información Adicional

Lecturas recomendadas:

1. Edwin A. Abbott, Planilandia: una novela de muchas dimensiones. Palma de Mallorca: José J. de Olañeta, D.L. 2004.
2. David W. Henderson, Experiencing Geometry. Prentice Hall, 2001.
3. Jeffrey R. Weeks, The Shape of Space. Marcel Dekker, 1985.